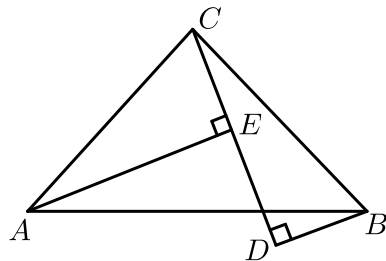


全等三角形基本模型独当一面

1. 如图， $AC = BC$ ， $AE = CD$ ， $AE \perp CE$ 于点 E ， $BD \perp CD$ 于点 D ， $AE = 7$ ， $BD = 2$ ，则 DE 的长是_____。



【答案】 5

【解析】 $\because AE \perp CE$ 于点 E ， $BD \perp CD$ 于点 D ，

$$\therefore \angle AEC = \angle D = 90^\circ,$$

在 $\text{Rt}\triangle AEC$ 与 $\text{Rt}\triangle CDB$ 中，

$$\begin{cases} AC = BC \\ AE = CD \end{cases}$$

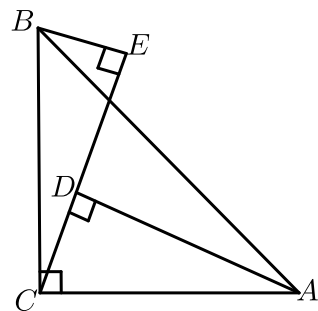
$\therefore \text{Rt}\triangle AEC \cong \text{Rt}\triangle CDB (\text{HL})$ ，

$$\therefore CE = BD = 2, CD = AE = 7,$$

$$\therefore DE = CD - CE = 7 - 2 = 5.$$

【标注】【知识点】HL

2. 如图， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = BC$ ， $AD \perp CE$ ， $BE \perp CE$ ，垂足分别为 D ， E ， $AD = 25\text{cm}$ ， $DE = 17\text{cm}$ ，求 $BE =$ _____ cm 。



【答案】 8

【解析】 $\because AD \perp CE$ ， $BE \perp CE$ ，

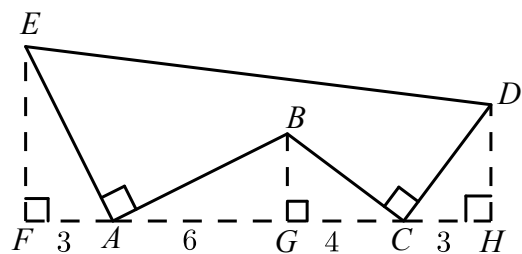
$$\therefore \angle ADC = \angle CEB = 90^\circ,$$

$\therefore \angle DAC + \angle DCA = 90^\circ$,
 $\therefore \angle ACB = 90^\circ$,
 $\therefore \angle ECB + \angle DCA = 90^\circ$,
 $\therefore \angle ECB = \angle DAC$,
 $\therefore$ 在 $\triangle ADC$ 和 $\triangle CEB$ 中

$$\begin{cases} \angle ADC = \angle CEB \\ \angle DAC = \angle ECB , \\ AC = CB \end{cases}$$
 $\therefore \triangle ADC \cong \triangle CEB (\text{AAS})$,
 $\therefore AD = CE$, $CD = BE$,
 $\therefore AD = 25\text{cm}$,
 $\therefore CE = 25\text{cm}$,
 $\therefore DE = 17\text{cm}$,
 $\therefore CD = CE - DE = 25 - 17 = 8\text{cm}$,
 $\therefore BE = 8\text{cm}$.
 故答案为 : 8 .

【标注】【知识点】三垂直模型

3. 如图, $AE \perp AB$, 且 $AE = AB$, $BC \perp CD$, 且 $BC = CD$, 请按照图中标注的数据, 计算图中实线所围图形的面积是 _____ .

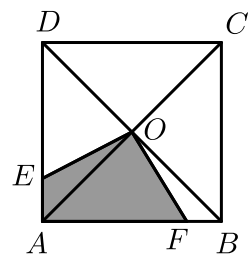


【答案】50

【解析】由三垂直模型易得, $\triangle EFA \cong \triangle AGB$, $\triangle BGC \cong \triangle CHD$,
 故可求得 $FH = FA + AG + GC + CH = 3 + 6 + 4 + 3 = 16$,
 所求面积可用梯形面积减去 $\triangle EFA$ 和 $\triangle DHC$ 面积之和的二倍得到 ,
 最后结果为 50 .

【标注】【知识点】三垂直模型

4. 如图，正方形 $ABCD$ 的边长是2，对角线 AC 、 BD 相交于点 O ，点 E 、 F 分别在边 AD 、 AB 上，且 $OE \perp OF$ ，则四边形 $AFOE$ 的面积是（ ）。



A. 4

B. 2

C. 1

D. $\frac{1}{2}$

【答案】 C

【解析】 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$$\therefore OA = OB, OA \perp OB, \angle OBA = \angle OAD = 45^\circ,$$

$$\because OE \perp OF,$$

$$\therefore \angle AOB = \angle EOF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AOB - \angle AOF = \angle EOF - \angle AOF,$$

$$\therefore \angle BOF = \angle AOE,$$

在 $\triangle BOF$ 和 $\triangle AOE$ 中，

$$\begin{cases} \angle OBF = \angle OAE \\ OB = OA \\ \angle BOF = \angle AOE \end{cases},$$

$$\therefore \triangle BOF \cong \triangle AOE (\text{ASA}),$$

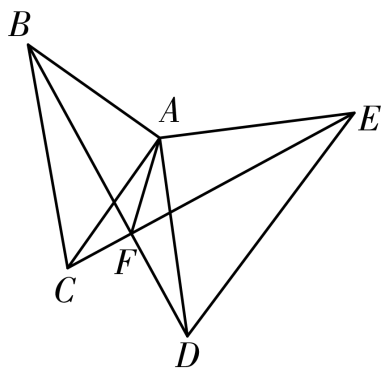
$$\therefore S_{\triangle AOE} = S_{\triangle BOF},$$

$$\begin{aligned} \therefore S_{\text{四边形}AFOE} &= S_{\triangle AOB} = \frac{1}{4} S_{\text{正方形}ABCD} \\ &= \frac{1}{4} \times 2 \times 2 \\ &= 1. \end{aligned}$$

故选C.

【标注】【知识点】对角互补模型

5. 如图，已知 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 都是等腰三角形， $\angle BAC = \angle DAE = 90^\circ$ ， BD 、 CE 交于点 F ，连接 AF 。下列结论：① $BD = CE$ ；② $BF \perp CF$ ；③ AF 平分 $\angle CAD$ ；④ $\angle AFE = 45^\circ$ 。其中正确结论有（ ）。



A. 1个

B. 2个

C. 3个

D. 4个

【答案】C

【解析】解：如图，作 $AM \perp BD$ 于点 M ， $AN \perp EC$ 于点 N ．

$$\because \angle BAC = \angle DAE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle CAE,$$

$$\because AB = AC, AD = AE,$$

$$\therefore \triangle BAD \cong \triangle CAE (\text{SAS}),$$

$$\therefore BD = CE, \angle BDA = \angle AEC, \text{故①正确}.$$

$$\because \angle DOF = \angle AOE,$$

$$\therefore \angle DFO = \angle EAO = 90^\circ,$$

$$\therefore BF \perp CF, \text{故②正确}.$$

$$\because \triangle BAD \cong \triangle CAE,$$

$$\therefore BD = CE, S_{\triangle BAD} = S_{\triangle CAE}$$

$$\text{又} \because AM \perp BD, AN \perp EC,$$

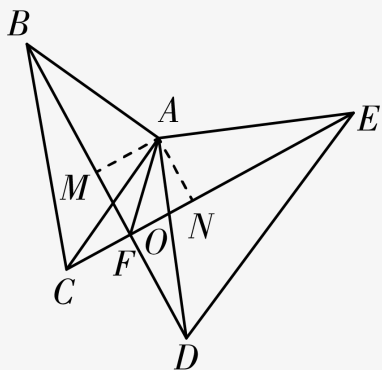
$$\therefore AM = AN,$$

$$\therefore FA \text{ 平分 } \angle EFB,$$

$$\therefore \angle AFE = 45^\circ, \text{故④正确}.$$

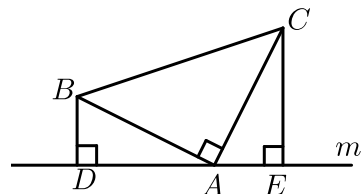
若③成立，则 $\angle AEF = \angle ABD = \angle ADB$ ，推出 $AB = AD$ ，故③错误．

故选C．



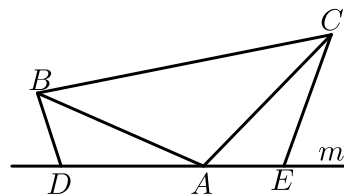
6. 已知：

- (1) 如图①，已知：在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = AC$ ，直线 m 经过点 A ， $BD \perp$ 直线 m ， $CE \perp$ 直线 m ，垂足分别为点 D 、 E 。求证： $DE = BD + CE$ 。



图①

- (2) 如图②，将(1)中的条件改为：在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， D 、 A 、 E 三点都在直线 m 上，并且有 $\angle BDA = \angle AEC = \angle BAC = \alpha$ ，其中 α 为任意钝角，请问结论 $DE = BD + CE$ 是否成立？若成立，请你给出证明；若不成立，请说明理由。



图②

【答案】(1) 证明见解析。

(2) 证明见解析。

【解析】(1) $\because BD \perp$ 直线 m ， $CE \perp$ 直线 m ，

$$\therefore \angle BDA = \angle AEC = 90^\circ,$$

$$\because \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD + \angle CAE = 90^\circ,$$

$$\because \angle BAD + \angle ABD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAE = \angle ABD,$$

在 $\triangle ADB$ 与 $\triangle CEA$ 中，

$$\begin{cases} \angle ABD = \angle CAE \\ \angle BDA = \angle AEC \\ AB = CA \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADB \cong \triangle CEA (\text{AAS}),$$

$$\therefore AE = BD, AD = CE,$$

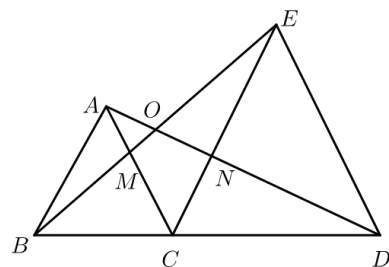
$$\therefore DE = AE + AD = BD + CE.$$

(2) $DE = BD + CE$ 结论成立，证明如下：

$$\begin{aligned}
&\because \angle BDA = \angle BAC = \alpha, \\
&\therefore \angle DBA + \angle BAD = \angle BAD + \angle CAE = 180^\circ - \alpha, \\
&\therefore \angle CAE = \angle ABD, \\
&\text{在} \triangle ADB \text{和} \triangle CEA \text{中}, \\
&\quad \begin{cases} \angle ABD = \angle CAE \\ \angle BDA = \angle AEC \\ AB = CA \end{cases} \\
&\therefore \triangle ADB \cong \triangle CEA (\text{AAS}), \\
&\therefore AE = BD, AD = CE, \\
&\therefore DE = AE + AD = BD + CE.
\end{aligned}$$

【标注】【知识点】一线三等角模型

7. 如图，已知 $\triangle ABC$ 与 $\triangle CDE$ 都是等边三角形，连结 AD 、 BE ，求证：



- (1) $AD = BE$.
 (2) AD 与 BE 所夹锐角为 60° .

【答案】(1) 证明见解析 .

(2) 证明见解析 .

【解析】(1) $\because \triangle ABC, \triangle CDE$ 为等边三角形，

$$\therefore CA = CB, CD = CE, \angle BCA = \angle DCE = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BCA + \angle ACE = \angle DCE + \angle ACE,$$

$$\therefore \angle BCE = \angle DCA,$$

在 $\triangle BCE$ 和 $\triangle ACD$ 中，

$$\begin{cases} CB = CA \\ \angle BCE = \angle DCA \\ CE = CD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BCE \cong \triangle ACD (\text{SAS}),$$

$$\therefore AD = BE.$$

(2) $\because \triangle BCE \cong \triangle ACD$,

$$\begin{aligned}\therefore \angle BEC &= \angle ADB, \\ \therefore \angle ONE &= \angle CND, \\ \therefore \angle EOD &= \angle ECD = 60^\circ, \\ \therefore AD &\text{与} BE \text{所夹锐角为} 60^\circ.\end{aligned}$$

【标注】【知识点】等边三角形的性质

【知识点】三角形的外角定义及性质

【知识点】SAS

【知识点】邻补角的定义

【能力】推理论证能力

8.

(1) 问题背景：

如图1，在四边形 $ABCD$ 中， $AB = AD$ ， $\angle BAD = 120^\circ$ ， $\angle B = \angle ADC = 90^\circ$ ， E ， F 分别是 BC ， CD 上的点，且 $\angle EAF = 60^\circ$ ，探究图中线段 BE ， EF ， FD 之间的数量关系．小明同学探究此问题的方法是延长 FD 到点 G ，使 $DG = BE$ ，连接 AG ，先证明 $\triangle ABE \cong \triangle ADG$ ，再证明 $\triangle AEF \cong \triangle AGF$ ，可得出结论，他的结论应是_____．

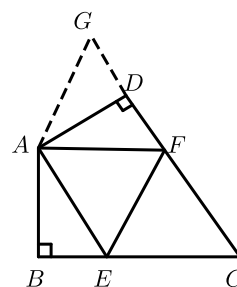


图1

(2) 探索延伸：

如图2，在四边形 $ABCD$ 中， $AB = AD$ ， $\angle B + \angle D = 180^\circ$ ， E ， F 分别是 BC ， CD 上的点， $\angle EAF = \frac{1}{2} \angle BAD$ ，上述结论是否依然成立？并说明理由．

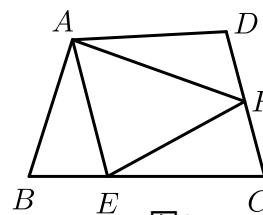


图2

【答案】(1) $EF = BE + DF$

(2) 成立 , 证明见解析 .

【解析】(1) 在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ADG$ 中 ,

$$\begin{cases} BE = DG \\ \angle B = \angle ADG , \\ AB = AD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ADG (\text{SAS}) ,$$

$$\therefore AE = AG , \angle BAE = \angle DAG ,$$

$$\therefore \angle EAF = \frac{1}{2} \angle BAD ,$$

$$\therefore \angle GAF = \angle DAG + \angle DAF = \angle BAE + \angle DAF = \angle BAD - \angle EAF \\ = \angle EAF ,$$

$$\therefore \angle EAF = \angle GAF ,$$

在 $\triangle AEF$ 和 $\triangle AGF$ 中 ,

$$\begin{cases} AE = AG \\ \angle EAF = \angle GAF , \\ AF = AF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AEF \cong \triangle AGF (\text{SAS}) ,$$

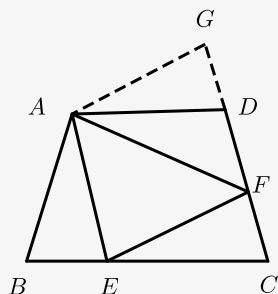
$$\therefore EF = FG ,$$

$$\therefore FG = DG + DF = BE + DF ,$$

$$\therefore EF = BE + DF .$$

故答案为 : $EF = BE + DF$.

(2) 延长 FD 到点 G , 使 $DG = BE$. 连接 AG , 如图 ,



在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ADG$ 中 ,

$$\begin{cases} BE = DG \\ \angle B = \angle ADG , \\ AB = AD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ADG (\text{SAS}) ,$$

$$\therefore AE = AG , \angle BAE = \angle DAG ,$$

$$\therefore \angle EAF = \frac{1}{2} \angle BAD ,$$

$$\therefore \angle GAF = \angle DAG + \angle DAF = \angle BAE + \angle DAF = \angle BAD - \angle EAF \\ = \angle EAF ,$$

$$\therefore \angle EAF = \angle GAF ,$$

在 $\triangle AEF$ 和 $\triangle AGF$ 中 ,

$$\begin{cases} AE = AG \\ \angle EAF = \angle GAF , \\ AF = AF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AEF \cong \triangle AGF (\text{SAS}) ,$$

$$\therefore EF = FG ,$$

$$\therefore FG = DG + DF = BE + DF ,$$

$$\therefore EF = BE + DF .$$

【标注】【知识点】截长补短